

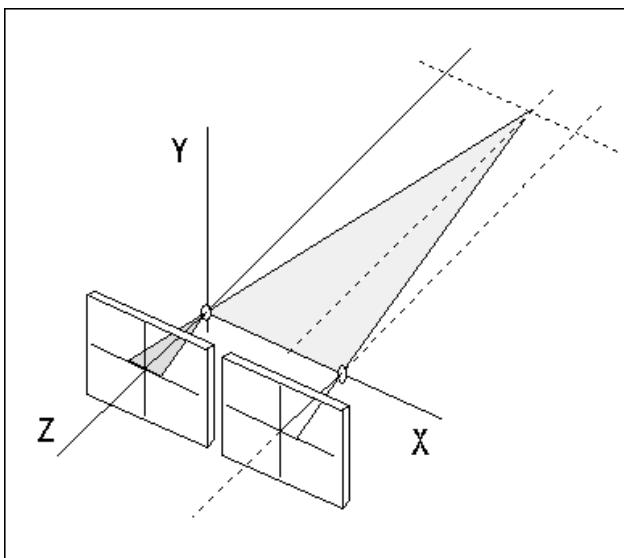
## Luento 5: Stereoskooppinen mittaaminen

### AIHEITA

- [Etäisyysmittaus stereokuvaparilla](#)
- [Esimerkki: "TKK"](#)
- [Esimerkki: "Ritarihuone"](#)
- [Esimerkki: "Sokos"](#)
- [Etäisyysmittauksen epätarkkuus](#)
- [Korkeuserojen mittaaminen parallaksieroista](#)
- [Parallaksimittaus stereomikrometrillä](#)
- [Tehtäviä](#)

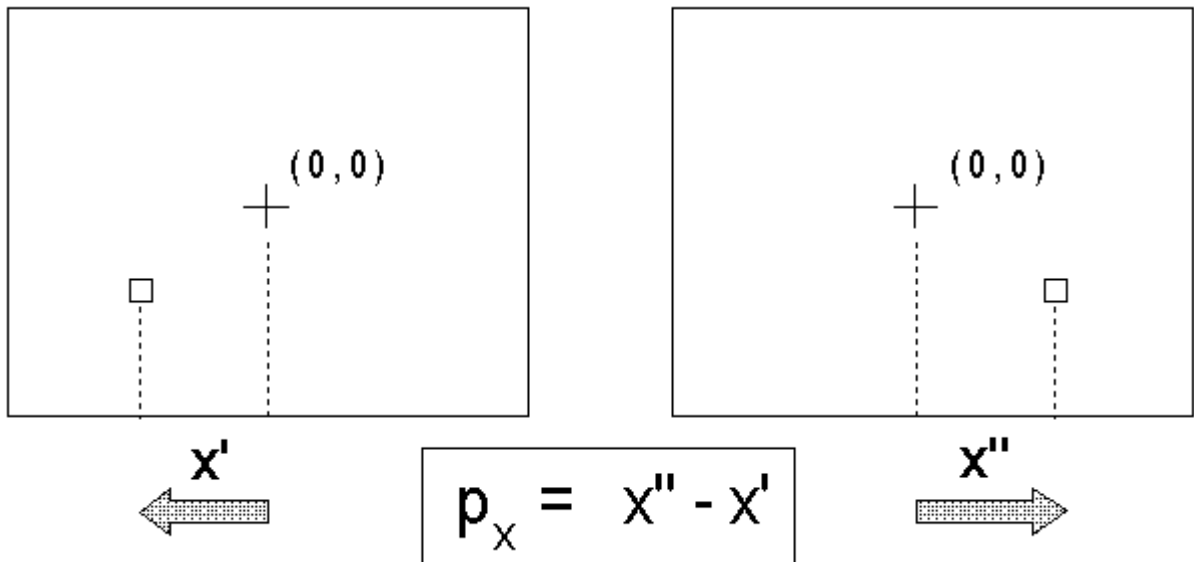
Kohteen stereoskooppinen näkeminen perustuu parallakseihin. Vastaavasti voidaan stereokuvaparilta mitata etäisyyksiä kuvanotto paikalta kohteeseen. Etäisyydet lasketaan parallakseista, jotka syntyvät, kun kohdetta kuvataan kahdesta suunnasta. Jos parallaksihavainnot tehdään stereokuvauksen normaalitapauksen mukaiselta kuvaparilta, etäisyyksien laskemiseksi riittää, kun tunnetaan kuvanotto paikkojen väli (kuvakanta) ja kameran polttoväli (kameravakio).

### Etäisyysmittaus stereokuvaparilla

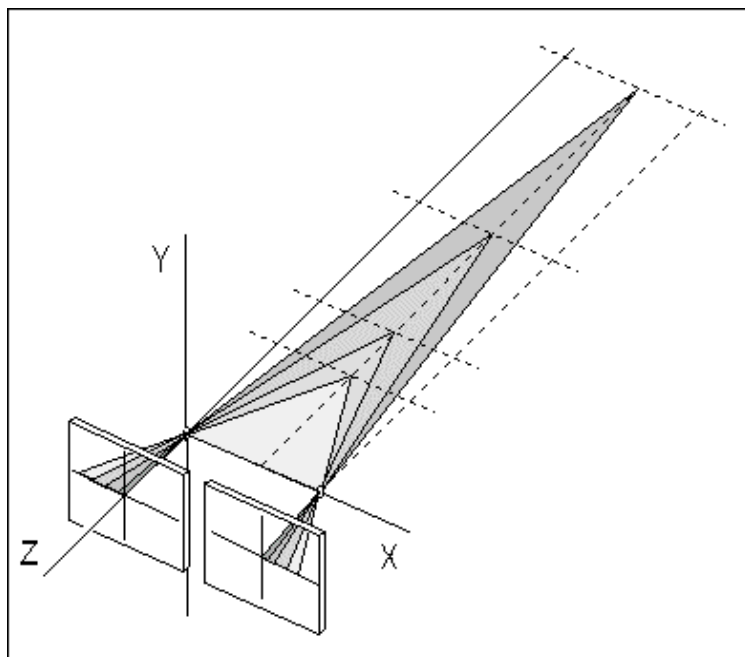


Stereokuvauksen normaalitapauksessa kuvaussuunnat ovat yhdensuuntaiset ja kohtisuorassa kuvakantaa vastaan. Tästä seuraa se, että molemmat kuvat ovat samalla tasolla, joka on kohtisuorassa kuvaussuuntaa vastaan ja kameravakion etäisyydellä kuvien projektiokeskuksista. Valitaan **kohdekoordinaatisto (XYZ)** siten, että se on oikeakätinen ja origo sijaitsee vasemman kameran projektiokeskuksessa, X-akseli kulkee oikean kameran projektiokeskuksen kautta, ja Y-akseli on kuvatason suuntainen. Valitaan kummallekin kuvalle **kuvakoordinaatistot**, joiden origo sijaitsee kameran projektiokeskuksessa. Merkitään koordinaatistoja vasemmalle kuvalla ( $x'y'$ ) ja oikealle kuvalla ( $x''y''$ ). Kuvakoordinaatistojen x- ja y-akselit ovat kohdekoordinaatiston X- ja Y-akselien suuntaiset.

Kohdepisteiden etäisyydet kamerasta lasketaan Z-koordinaatteina. Kuvassa parallaksia on havainnollistettu kolmiolla, joka on piirretty vasempaan kameraan. Kun kameranpuoleisen parallaksikolmion kanta muodostuu  $x'$ - ja  $x''$ -vektoreista, se on yhdenmuotoinen kohteenpuoleisen parallaksikolmion kanssa, jonka muodostavat projektiokeskukset ja tarkasteltava kohdepiste. (Kuva esittää parallaksia negatiiviasentoisella kuvaparilla.)

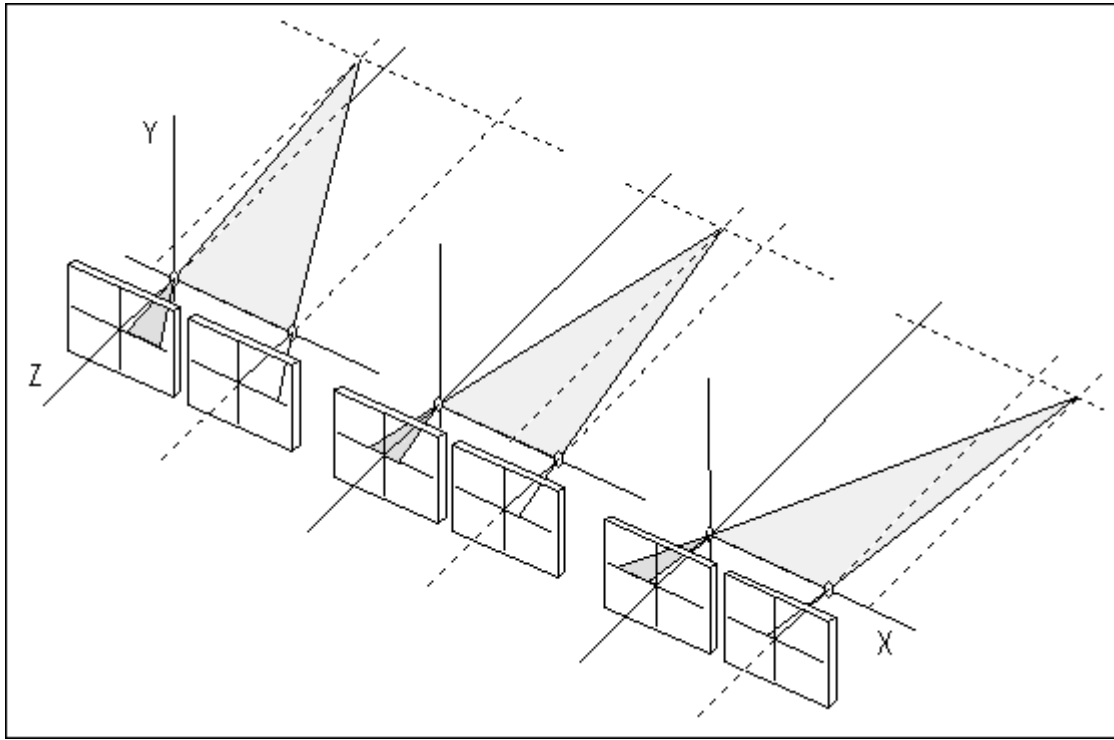


Parallaksi havaitaan kuvatasolla kuvakoordinaattien  $x''$  ja  $x'$  erotuksena. Tätä kuvakannan suuntaista parallaksia kutsutaan myös **vaakaparallaksiksi** erotuksena sitä vastaan kohtisuorasta  $y$ - eli **pysty-parallaksista**. Stereokuvauksen normaalitapauksessa kuvakoordinaatit  $y'$  ja  $y''$  ovat aina yhtäsuuret eli pystyparallaksi on nolla (Miksi?). Vaakaparallaksi on nolla vain, jos kohde on äärettömän kaukana tai jos kuvat on otettu samasta pisteestä. Kummassakin tapauksessa kuvat ovat identtiset eikä kuvia voi käyttää etäisyyksien mittaamiseen.

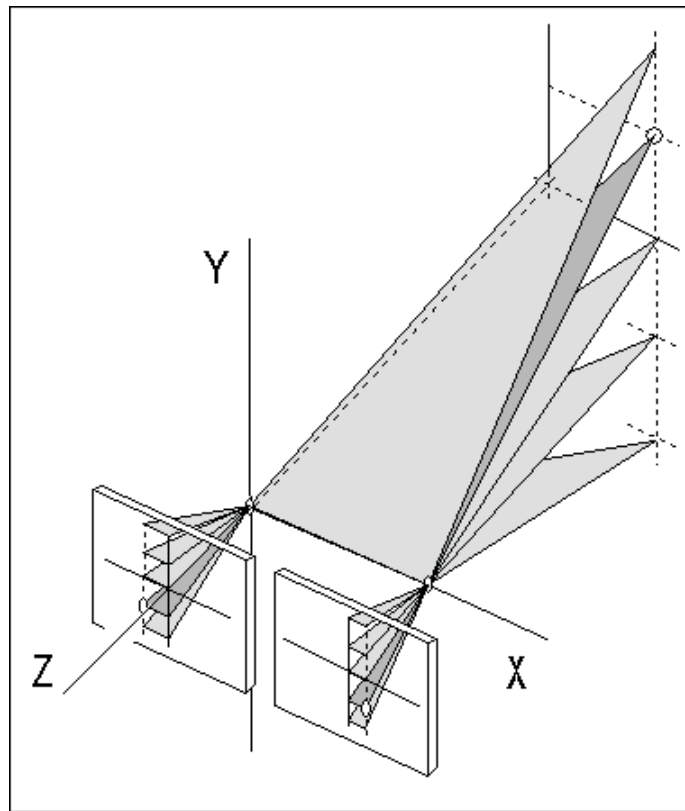


$$Z = \frac{B \cdot c}{p_x}$$

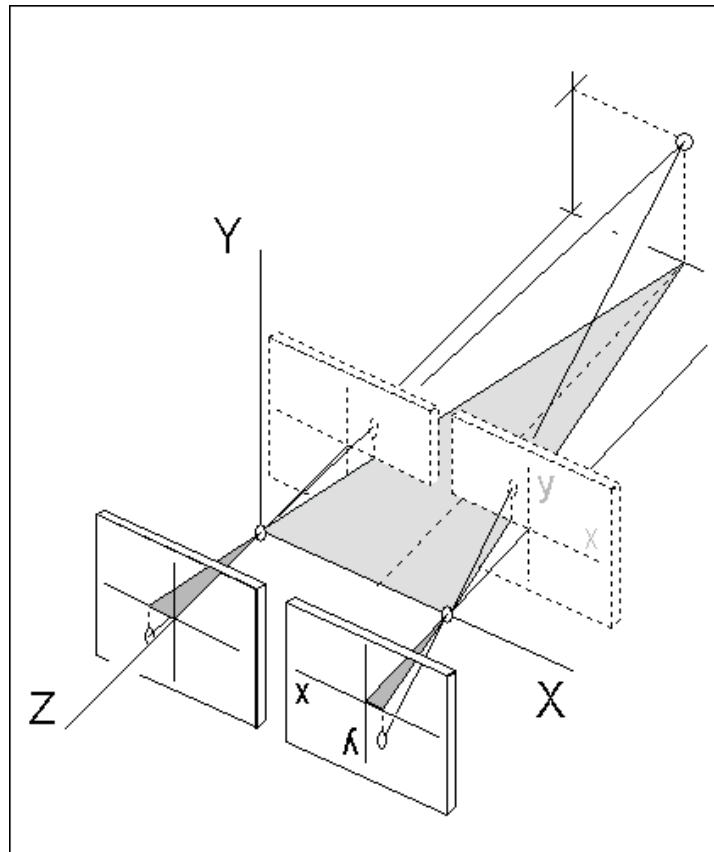
Kohdepisteen etäisyys  $Z$  on kääntäen verrannollinen parallaksiin ja suoraan verrannollinen kameroiden kuvakantaan  $B$  (projektiokeskusten välimatka) ja kameravakioon  $c$  ( $\sim$  polttoväli). Toisin sanoen, mitä etäämpänä kohde sijaitsee, sitä pienempi on parallaksi, ja mitä lähempänä, sitä suurempi. Vastaavasti parallaksi kasvaa, jos kameroiden väli kasvaa, tai, jos kameran polttoväli kasvaa.



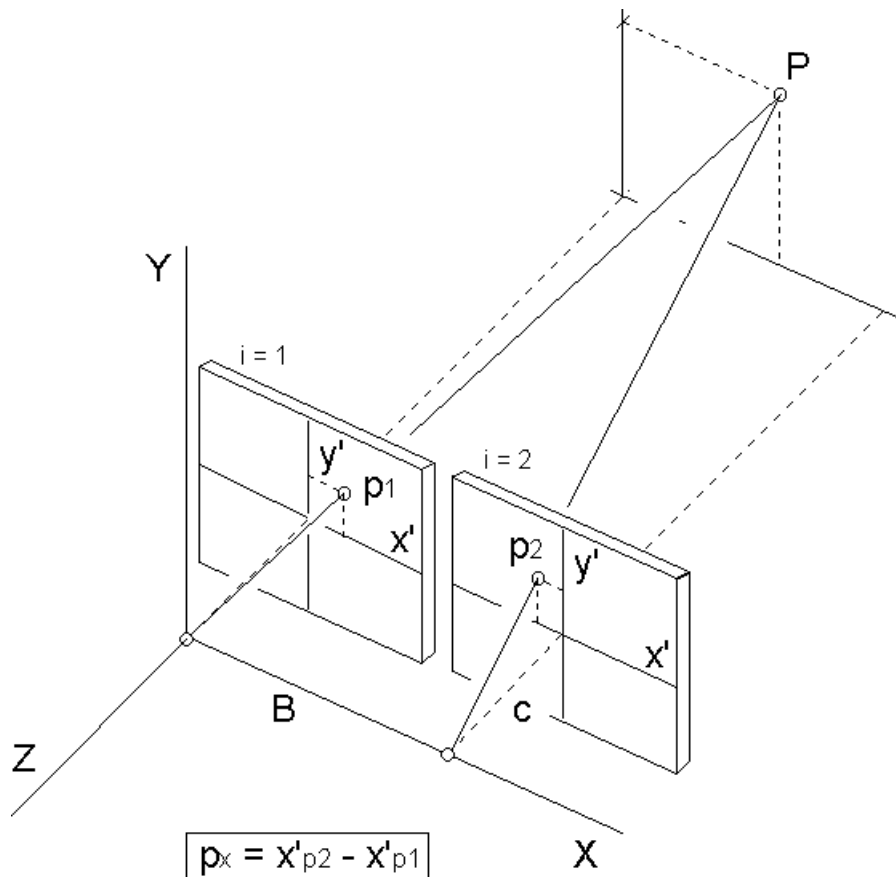
Parallaksin käyttäytymistä voidaan havainnollistaa tarkastelemalla sitä vaiheittain eri koordinaattiakselien suunnassa. Jos kohdepistettä siirretään pitkin **X**-akselin suuntaista suoraa, kohteenpuoleisen parallaksikolmion korkeus eli **Z**-koordinaatti pysyy vakiona. Koska kameran- ja kohteenpuoleiset parallaksikolmiot ovat yhdenmuotoiset, kameroilla havaittava vaakaparallaksikaan ei muutu.



Kun kohdepistettä siirretään **Y**-akselin suunnassa, vaakaparallaksi pysyy edelleenkin muuttumattomana. Vaakaparallaksi onkin vakio kaikilla niillä kohdepisteillä, jotka sijaitsevat samalla kuvatason suuntaisella tasolla.



Kameran sisällä kuvat ovat **negatiiviasennossa**. Parallaksihavainnot tehdään yleensä **positiiviasentoon** käännettyllä kuvaparilla.



$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{P1} = \frac{B}{-p \times p} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{p1}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{P2} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{B}{-p \times p} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{p2}$$

**Viitteet:** Eteenpäinleikkaus stereokuvauksen normaalitapauksessa

[http://foto.hut.fi/opetus/301/luennot/7/7.html#Eteenpäinleikkaus stereokuvauksen normaalitapauksessa](http://foto.hut.fi/opetus/301/luennot/7/7.html#Eteenpäinleikkaus%20stereokuvauksen%20normaalitapauksessa)

## Esimerkki: "TKK"

Oheisessa esimerkissä on kuvattu eri etäisyyksillä olevia kohteita ja havaittu vastaavat parallaksit. Kamerana on käytetty digitaalikameraa, jonka kuvakoko on 1280 x 1024 pikseliä. Kuvaparin kanta on 1.210 m. Kameravakion määrittämiseksi on mitattu etäisyys käytävän peräseinälle ja siellä olevan ikkunan leveys. Etäisyydet ovat 2.4, 3.0, 3.6, 4.2, 6, 8.4, 12, 24 ja 32.6 m ja ne on merkitty kattoon ripustetuilla ja takaseinään ikkunaan teipatuilla pahvilapuilla. Parallaksihavainnot on tehty keskiarvoina pahvilapun vasemman ja oikean reunan x-koordinaattilukemista. Tällä tavoin havaintoon saadaan hieman lisää tarkkuutta. Parallaksihavainnon tarkkuudeksi arvioitiin 1 pikseli.



**Kuvapari.** Kuvat on esitetty tässä ristikkäin tarkasteltuina, vasemmalla [TKK\\_right\\_1.jpg](#) ([Kuva 1](#)) ja oikealla [TKK\\_left\\_1.jpg](#) ([Kuva 2](#)). Koska parallaksit mitataan pääpisteen suhteen, pääpisteet on ensin kohdistettava toisiinsa. Tässä esitetyt kuvat ovat kooltaan alkuperäisiä ja leikkamattomia, joten pääpisteet kohdistuvat, kun kuvien reunat kohdistetaan toisiinsa. Tämän jälkeen parallaksit mitataan vaakasuuntaisina koordinaattieroina. Parallaksimittausta voi harjoitella myös tavallisella viivaimella, jossa on millimetriasteikko. Sitä varten [kuvat](#) tulee tulostaa paperille. Kameravakio mitataan siinä tapauksessa myös viivaimella

	2.4	3	3.6	4.2	6	8.4	12	18	24	32.6
Kuva 1	275	352	398	425	493	535	570	595	607	608
	421	471	499	512	554	579	602	616	623	620
Kuva 2	952	897	855	819	769	733	710	689	677	660
	1101	1018	955	906	832	778	742	710	693	672
parallax	-678.5	-546	-456.5	-394	-277	-198.5	-140	-94	-70	-52
Z	-2.4277	-3.01684	-3.60832	-4.1807	-5.94656	-8.29822	-11.7657	-17.5234	-23.5314	-31.6768
dZ mitattu		0.58914	0.591473	0.572385	1.765855	2.351661	3.467469	5.757676	6.00801	8.145475
dZ 'oikea'		0.6	0.6	0.6	1.8	2.4	3.6	6	6	8.6
dZ 'virhe'		-0.01086	-0.00853	-0.02761	-0.03414	-0.04834	-0.13253	-0.24232	0.00801	-0.45453
dpx	0.001789	0.002763	0.003952	0.005305	0.010734	0.020902	0.04202	0.093209	0.168081	0.304585

**Parallaksihavainnot.** Havainnot on laskettu kahden havainnon keskiarvoista ja parallaksi kuvan 2 ja kuvan 1 havaintojen erotuksista. Esimerkiksi parallaksihavainto -678.5 etäisyydelle 2.4 metriä saadaan lausekkeesta  $(421 + 275)/2 - (1101 + 952)/2$ . Kuten Z-koordinaateista nähdään, lukemat vastaavat kohtuullisen hyvin mitattuja etäisyyksiä. Lukusarjassa on kuitenkin selvä systemaattinen virhe, mikä johtuu siitä, että kuvissa on selvästi optiikasta johtuvaa piirtovirhettä. Myöskään kuvien keskinäinen orientointi ei ole tarkka. Alimmassa rivissä on laskettu parallaksihavainnon satunnaisesti arvioidun virheen dpx vaikutus Z-koordinaattiin millimetrienä.

		S
Kuva 1	569	
	645	76
	B	1,21
	Z	32,6
	S	1,82
	s	76
	$c = s/S*Z$	1361,319

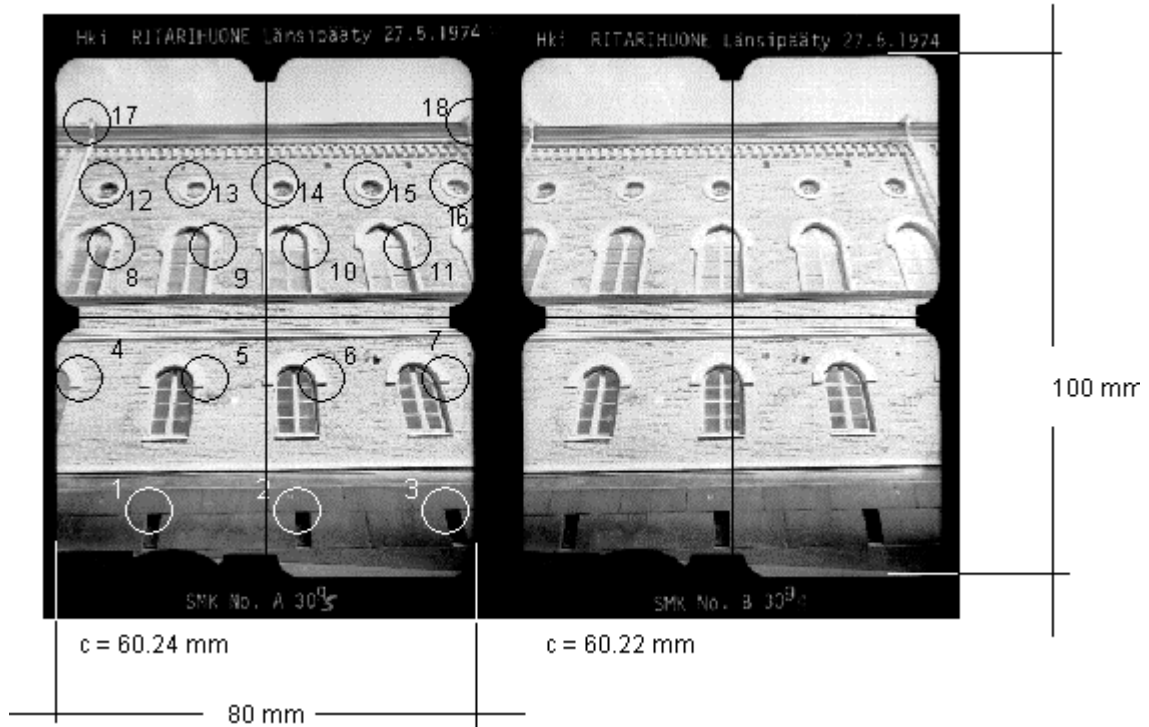
**Kuvakanta ja kameravakio.** Etäisyyksien laskemisessa tarvitaan kuvakannan **B** pituus ja kameravakio **c**. Kannan pituudeksi mitattiin kuvanottopaikkojen väli ja se oli 1.21 metriä. Kameran kameravakiota **c** ei voi suoraan mitata, mutta se on johdettavissa vertausetäisyyden **S** avulla. Vertausetäisyytenä käytettiin takaseinän ikkunan leveyttä 1.82 m, joka näkyi kuvalla 76 pikselin pituisena. Etäisyys ikkunaan oli 32.6 metriä.

### Esimerkki: "Ritarihuone"



Kuvapari, Ritarihuoneen länsipääty, 27.5.1971, viistokuvaus 30 goonia horisontista ylöspäin

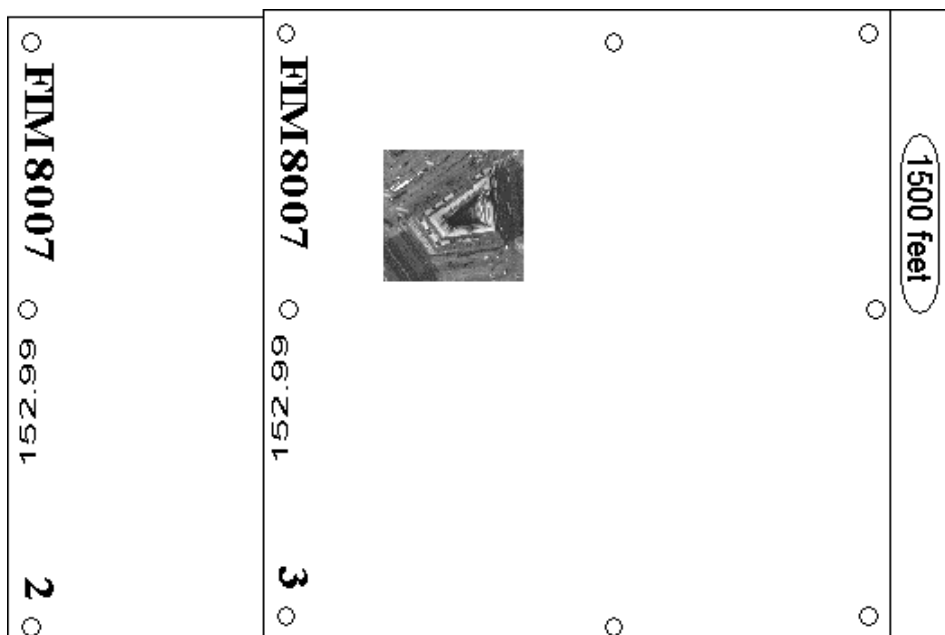
Zeiss SMK 120 B = 1200 mm



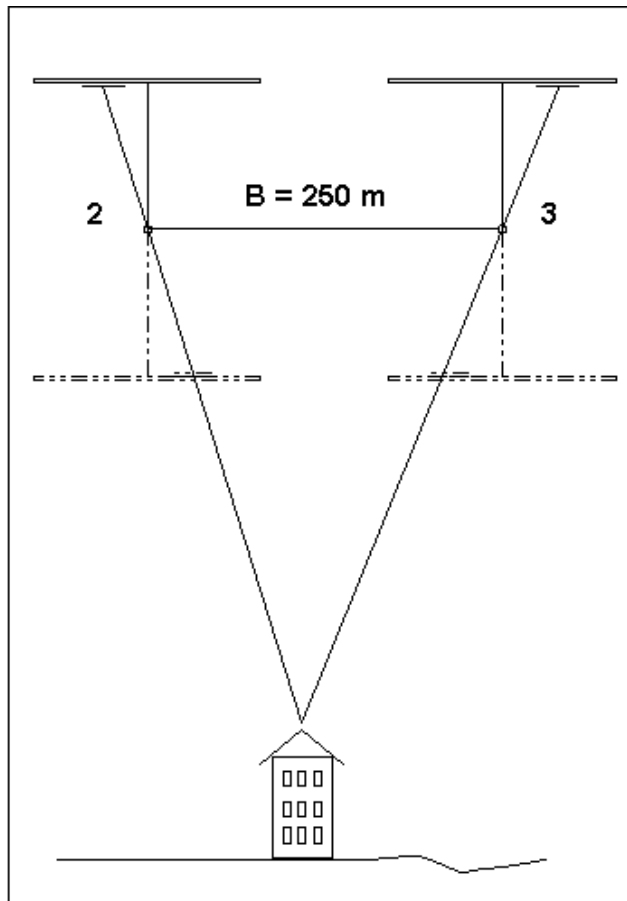
Kuvien sisäinen orientointi,  $c(A) = 60.24$  mm ja  $c(B) = 60.22$  mm,

### Esimerkki: "Sokos"

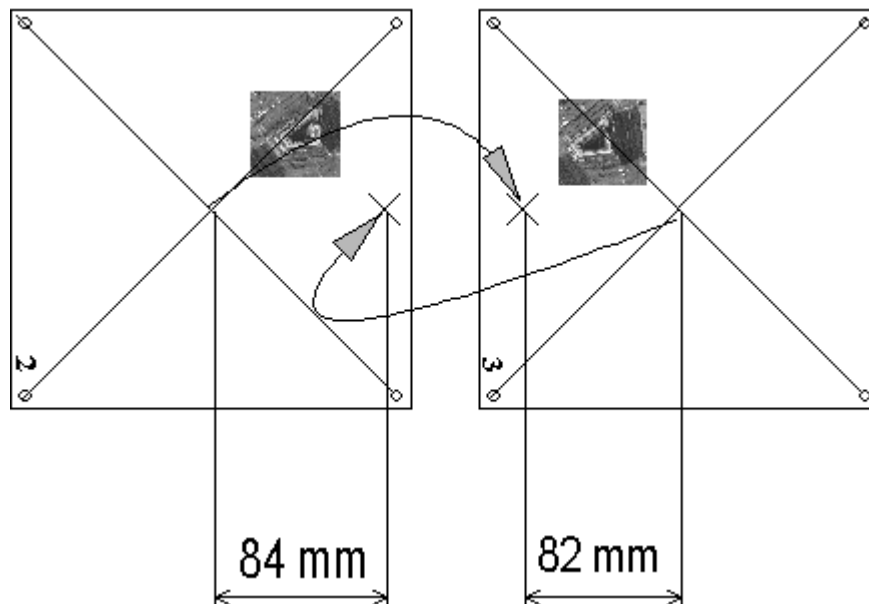
Tässä esimerkissä havaitaan ilmakuvaparilta rakennuksen korkeus. Kuvapari on Helsingistä Rautatientorin ympäristöstä ja sen on kuvannut Finnmap Oy vuonna 1980. Kuvauskorkeus on noin 450 metriä. Mitattava rakennus on Sokos. Parallaksihavainnot voidaan tehdä maanpinnalle ja katolla näkyviin yksityiskohtiin. Kameravakion arvo on mittakameroissa merkitty kuvan kehykseen ja kopioituu filmille. Tässä se on  $c = 152.99$  mm.



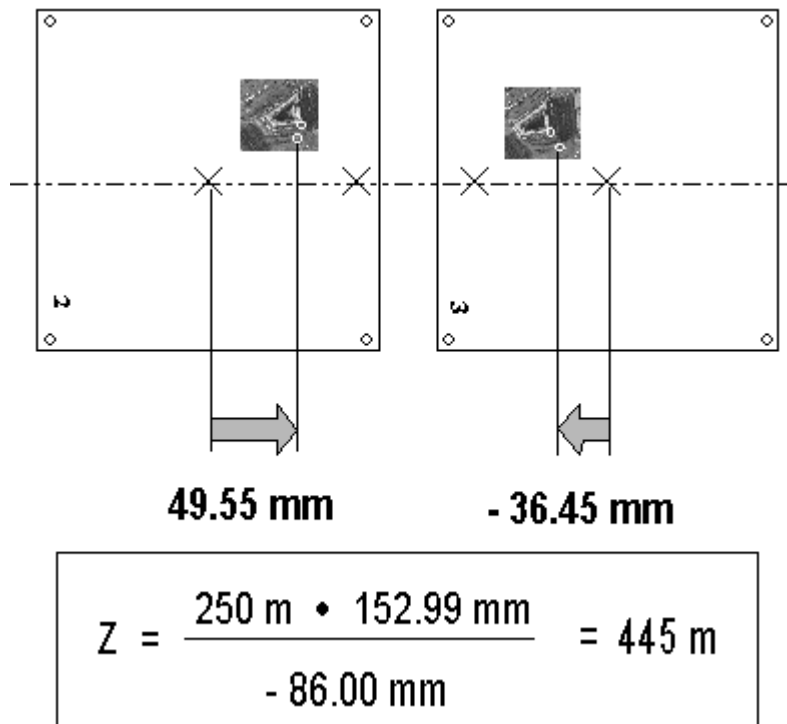
Kuvapari, FIM 8007, kuvat 2 ja 3,  $c = 152.99$  mm, kuvausmittakaava 1 : 3'000



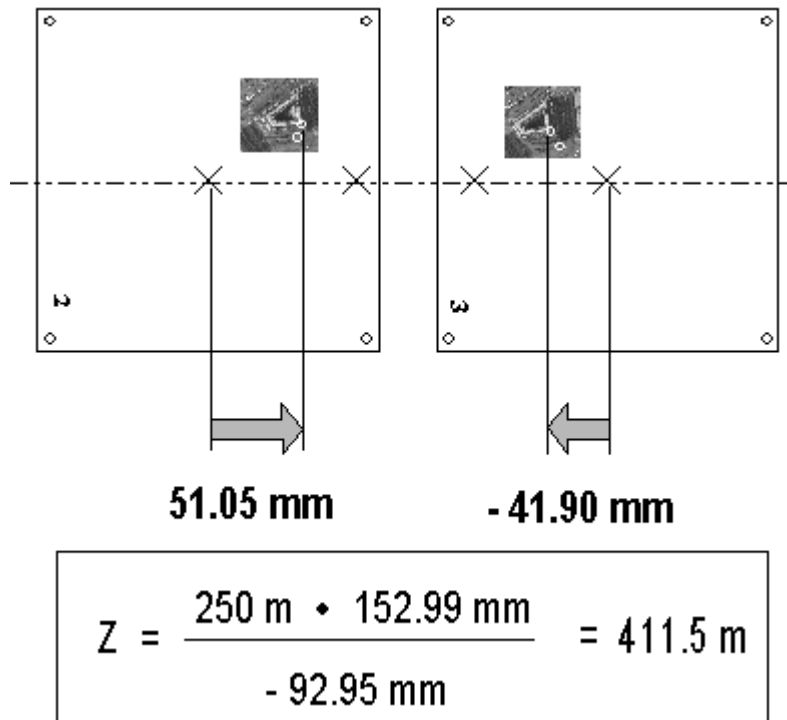
Kuvanottovälin voi havaita piirtämällä kummankin kuvan keskipisteen kartalle ja mittaamalla sen siitä. Tässä tapauksessa käytetään arvoa  $B = 250 \text{ m}$ . Kuvakannan voi piirtää myös kuville ja mitata sen niiltä. Tätä kannan arvoa, esimerkiksi  $b = 83 \text{ mm}$ , voi käyttää silloin, kun karttaa ei ole käytettävissä.



Ennen parallaksimittausta kuvat orientoidaan. Ensiksi merkitään kummankin kuvan pääpiste reuna-merkkien avulla (**sisäinen orientointi**) ja merkitään myös niiden vastinpisteet. Sen jälkeen kuvat asetetaan tarkastelualustalle keskenään siten, että kaikki neljä pääpistettä ovat samalla suoralla (**keskinäinen orientointi**). Kuvia voidaan siirtää pitkin tätä suoraa mille tahansa tarkasteluetaisyysdelle.

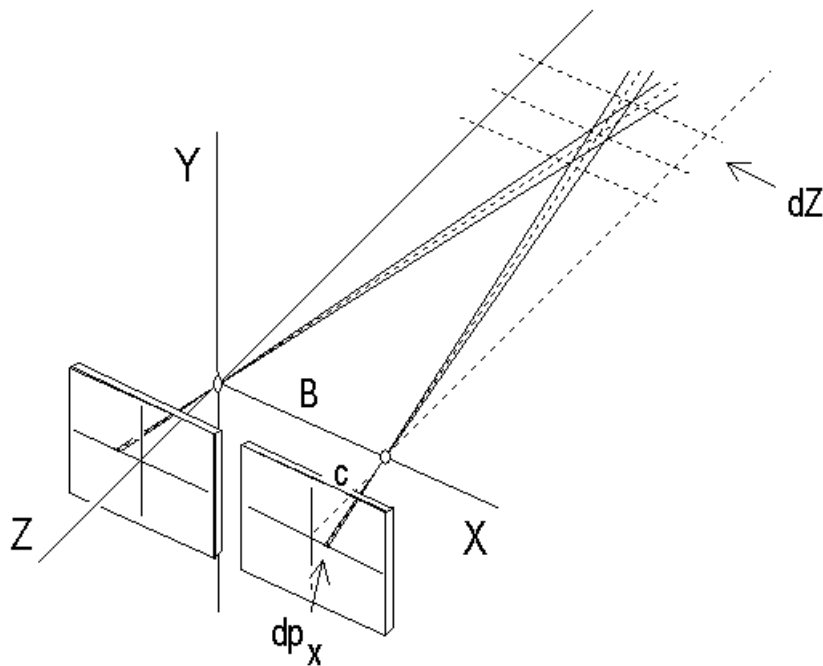


Etäisyyden mittaaminen katutasolle.



Etäisyyden mittaaminen rakennuksen katolle. Näiden kahden parallaksimittauksen perusteella rakennuksen korkeudeksi saadaan 33.5 metriä.

## Etäisyysmittauksen epätarkkuus

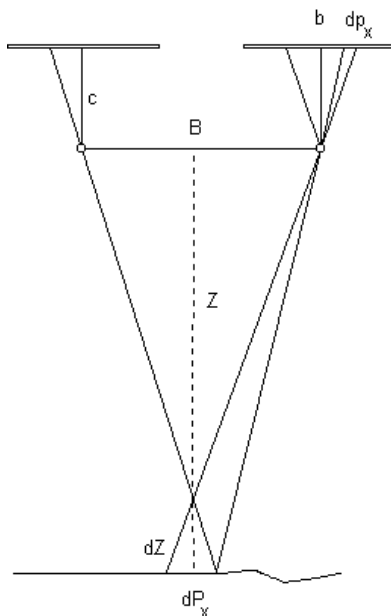


$$Z = \frac{B \cdot c}{p_x}$$

$$\frac{dZ}{dp_x} = \frac{-1 \cdot B \cdot c}{p_x^2}$$

$$dZ = -\frac{Z}{c} \cdot \frac{Z}{B} \cdot dp_x$$

Etäisyysmittauksen tarkkuus. Etäisyysmittauksen tarkkuutta voidaan arvioida kaavasta, joka saadaan, kun parallaksihavainnon epätarkkuus jaetaan kantasuhteella ja kerrotaan mittakaavaluvulla.



$$dZ = -\frac{Z}{B} \cdot dP_x$$

$$dP_x = \frac{Z}{c} \cdot dp_x$$

$$B = \frac{Z}{c} \cdot b$$

$$dZ = -\frac{Z}{b} \cdot dp_x$$

tai

$$\frac{dZ}{Z + dZ} = \frac{dp_x}{b} \left( = \frac{dP_x}{B} \right)$$

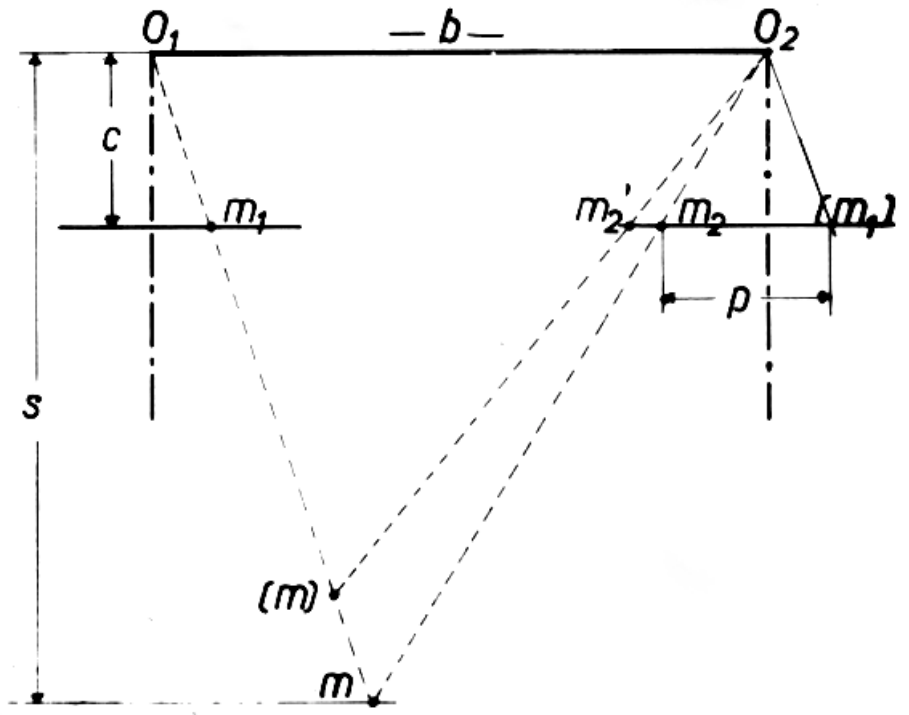
$$b \cdot dZ = dp_x \cdot Z + dp_x \cdot dZ$$

$$dZ \cdot (b - dp_x) = dp_x \cdot Z$$

$$dZ = \frac{dp_x \cdot Z}{b - dp_x}$$

Korkeusmittauksen tarkkuutta ilmakuvaparilla voidaan arvioida, kun tunnetaan lentokorkeus ja kuvakanta. Kun esimerkiksi tarkkaa maastomallimittausta varten kuvataan 500 m korkeudella kameralla, jonka polttoväli on 150 mm ja kuvakoko 230 mm x 230 mm, ja käytetään tavanomaista 60 % pituuspeittoa, vastaa 0.010 mm:n parallaksimittauksen epätarkkuus korkeusmittauksen epätarkkuudessa arviolta 5 cm. Miten?

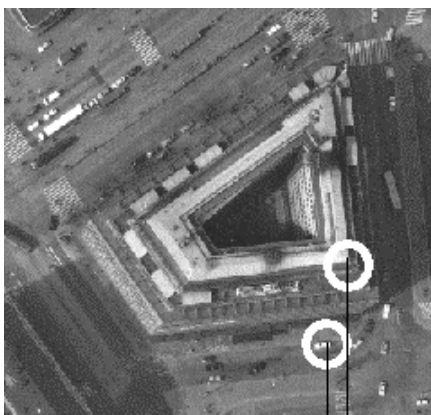
- Etäisyysmittauksen epätarkkuus [etaisyysmittauksen\\_epatarkkuus.zip](#) (Linkki ei toimi 30.1.2004)



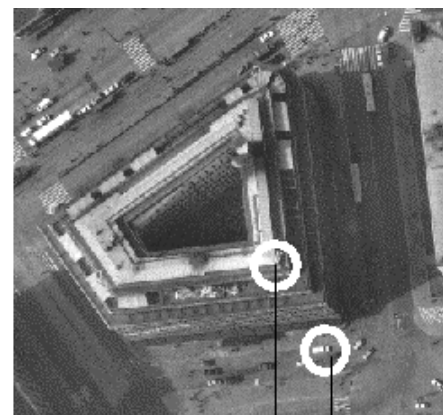
Parallaksi. (Halonen)

### Korkeuksien mittaaminen parallaksieroista

- Kohteen korkeuden voi mitata myös suoraan parallaksierosta. Parallaksiero mitataan pääpisteiden mukaan orientoidulta kuvaparilta. Mittaus tehdään suoraan kohteesta, jolloin mittaus on myöskin tarkempi kuin etäisyyksien kautta laskettaessa, koska pääpisteen mittausvirhe ei vaikuta havaintoon.

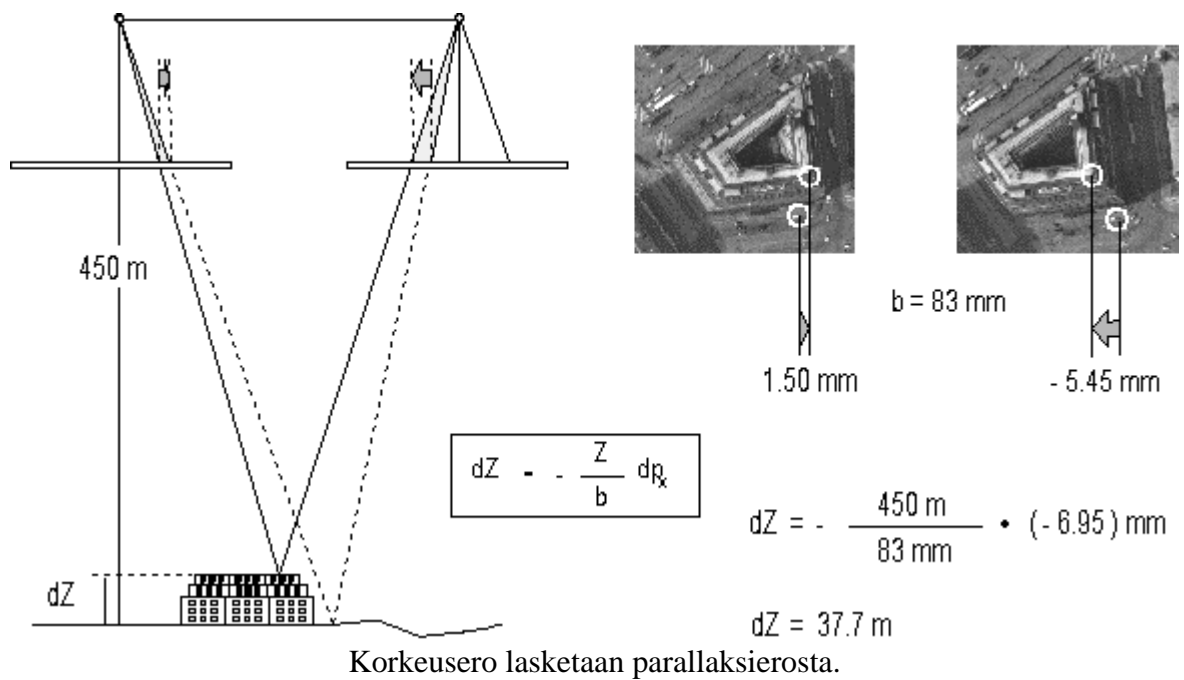


- 1.50 mm

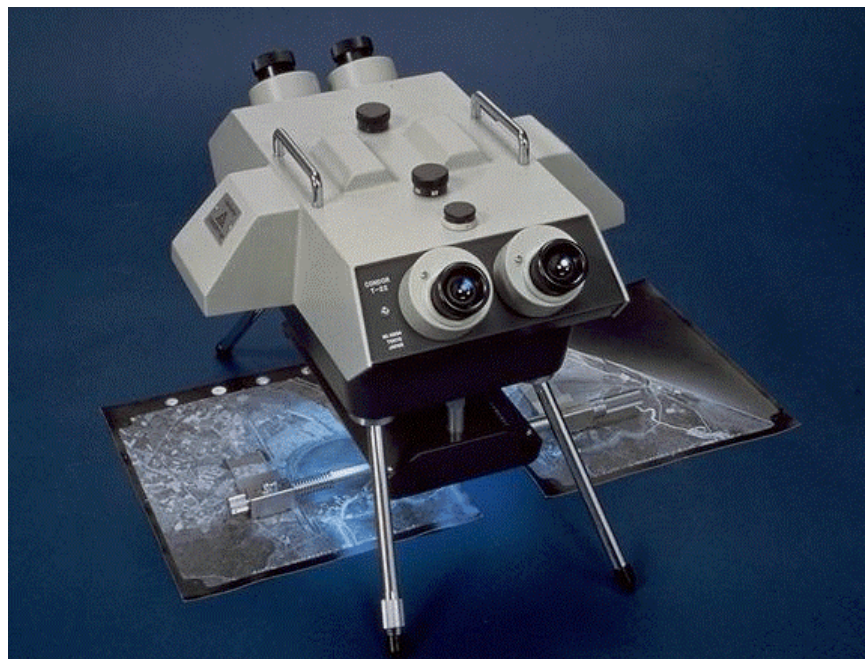


5.45 mm

Tässä tapauksessa rakennuksen korkeutta vastaavaksi parallaksieroksi on havaittu  $d_{px} = 6.95 \text{ mm}$ .



### Parallaksimittaus stereomikrometrillä



Peilistereoskooppi, jossa parallaksimittaukset tehdään ns. parallaksitangolla ja siihen liittyvällä mitta-asteikolla. Tangon kummassakin päässä on lasilevyt, joihin on kaiverrettu kohdistusmerkit (**mittamerkit**) mitattavan kohdepisteen tarkkaa osoittamista varten. Tangon pituutta säädetään sen oikeassa päässä olevaa mikrometritruuvia kiertämällä. Parallaksihavainnot luetaan mikrometritruuvien kierroksia seuraavalta mitta-asteikolta. Tangon vasemmassa päässä näkyvä mitta-asteikko liittyy parallaksihavaintojen vakio-osan eli kuvakannan säätämiseen. Kuvakanta säädetään pääpisteiden mukaan sen jälkeen, kun kuvat on orientoitu keskenään.